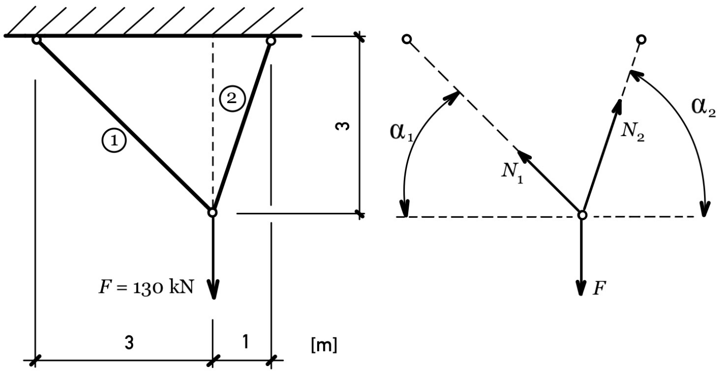
Příklady

$\boxed{1}$ Navrhněte poloměry táhel r_1 a r_2 (v celých milimetrech) tak, aby v nich bylo dosaženo návrhové pevnosti $f_d = 210$ MPa.



Obrázek 1: Zadání

Nejprve se provede rozklad rovinného svazku sil do vodorovného směru ozn. x a svislého směru ozn. z a v těchto směrech se zapíší silové podmínky rovnováhy (viz obr. 1).

$$\begin{gathered}\sum F_{i,x} = 0 \\ \sum F_{i,z} = 0 \\ \\ -N_1 \cdot \cos\alpha_1 + N_2 \cdot \cos\alpha_2 = 0 \\ N_1 \cdot \sin\alpha_1 + N_2 \cdot \sin\alpha_2 - F = 0\end{gathered} \tag{1}$$

Z podmínky ve vodorovném směru získáme $0,7071 N_1 = 0,31623 N_2$ a po úpravě $N_1 = 0,44722 N_2$, což když dosadíme do podmínky pro svislý směr získáme

$$\begin{gathered}0,7071 \cdot 0,44722 N_2 + 0,94868 N_2 = 130 \\ 1,26491 N_2 = 130\end{gathered}$$

Výsledné hodnoty normálových (tahových) sil v táhlech tedy jsou

$$\begin{gathered}N_2 = 102,774 \text{ kN} \\ N_1 = 45,963 \text{ kN}\end{gathered}$$

Pro výpočet poloměru táhel se použije vztah pro výpočet normálového napětí osově namáhaného prutu

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{N}{\pi r^2} \tag{2}$$

Úpravou rovnice (2), kde se uvažuje $\sigma = f_d$ se získá vztah pro výpočet poloměru táhla

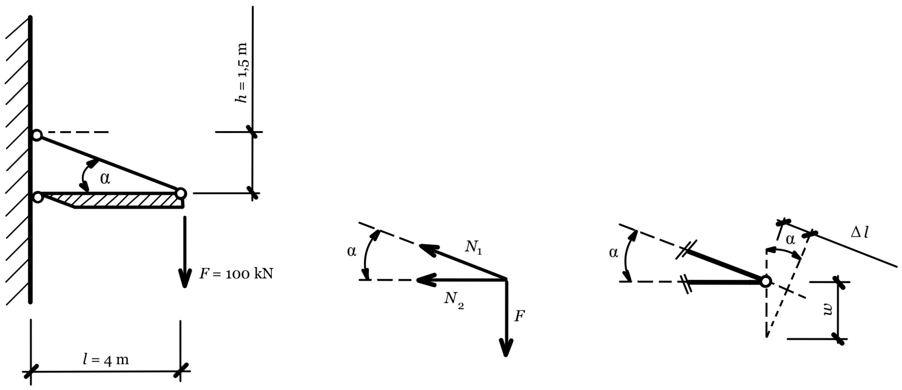
$$r = \sqrt{\frac{N}{f_d \pi}} \tag{3}$$

Dosazením známých hodnot normálových sil N_1 a N_2 vypočítáme

$$r_1 = \sqrt{\frac{N_1}{f_d \pi}} = \sqrt{\frac{45{,}962 \cdot 10^3}{210 \cdot 10^6 \pi}} = 0,01248 \text{ m} \approx 13 \text{ mm}$$

$$r_2 = \sqrt{\frac{N_2}{f_d \pi}} = \sqrt{\frac{102{,}774 \cdot 10^3}{210 \cdot 10^6 \pi}} = 0,00834 \text{ m} \approx 9 \text{ mm}$$

$\boxed{2}$ Na poddajném táhle s průřezovou plochou $A = 0,0015 \text{ m}^2$ a modulem pružnosti $E = 210 \text{ GPa}$ je zavěšen tuhý prut, na jehož konci působí svislá síla $F = 100 \text{ kN}$. Určete svislý posun bodu působiště síly F.



(a) zadání **(b)** rozklad sil

Obrázek 2: Zadání

Z geometrie zadání vyplývá, že sklon táhla je

$$\alpha = \arctan\left(\frac{1,5}{4}\right) = 20,566°$$

a délka táhla má velikost

$$l_1 = \sqrt{4^2 + 1,5^2} = 4,272 \text{ m}$$

Z rozkladu sil a uplatněním silové podmínky rovnováhy získáme velikost osové síly v táhle

$$N_1 = \frac{F}{\sin\alpha} = \frac{100}{\sin 20,566°} = 284,7 \text{ kN}$$

Pro výpočet změny délky taženého prutu platí vztah

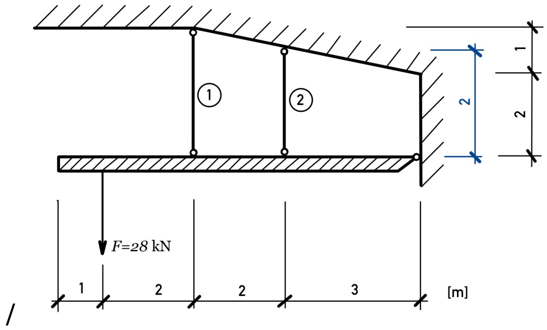
$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A} \tag{4}$$

Uplatněním vztahu v rovnici (4) a s ohledem na geometrický rozklad na obr. 2b určíme hodnotu svislého posunu w takto:

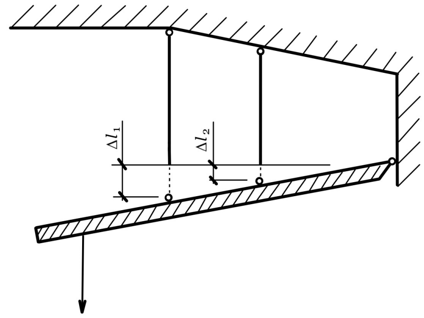
$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot A} = \frac{284,8 \cdot 10^3 \cdot 4,272}{210 \cdot 10^9 \cdot 0,0015} = 3,86 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$w = \frac{\Delta l_1}{\sin\alpha} = \frac{3,86 \cdot 10^{-3}}{\sin 20,566°} \approx 11 \text{ mm}$$

$\boxed{3}$ Pro zadanou konstrukci určete velikosti normálových sil v táhlech, přičemž platí: $E_1 = E_2 = E$ a $A_1 = 3A_2$.



(a) zadání



(b) deformována konstrukce

Obrázek 3: Zadání

Vzhledem k nepoddajnosti zavěšené konstrukce vyplývá z podobnosti trojúhelníka následující rovnost

$$\frac{\Delta l_1}{5} = \frac{\Delta l_2}{3} \tag{5}$$

Dosadíme-li do rovnice (5) s uvážením vztahu pro výpočet změny délky taženého prutu v rovnici (4) pak získáme

$$\frac{N_1 \cdot l_1}{5 \cdot E_1 \cdot A_1} = \frac{N_2 \cdot l_2}{3 \cdot E_2 \cdot A_2}.$$

S ohledem na zadané materiálové a průřezové vlastnosti lze uvedenou rovnici zjednodušit na tvar

$$\frac{N_1}{5} = \frac{N_2 \cdot 2,6}{3}$$

$$N_1 = \frac{13 \cdot N_2}{3}$$

Pro vyřešení úlohy je zapotřebí přidat další rovnici. Lze využít například momentové podmínky rovnováhy ke kloubu

$$\sum F_i, k = 0 \tag{6}$$

$$5 \cdot N_1 + 3 \cdot N_2 - 7 \cdot 28 = 0$$

Dosadíme-li za N_1 pak získáme rovnici

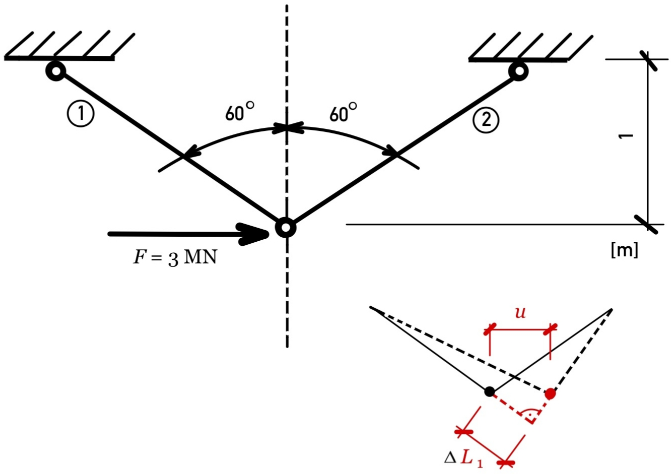
$$\left(5 \cdot \frac{13}{3} + 3\right) N_2 = 196$$

$$N_2 = 7,95 \text{ kN}$$

$$N_1 = 34,45 \text{ kN}$$

$\boxed{3}$ výsledky pro alternativní variantu (modrá kóta): $l_2 = 2$ m, $N_1 = 33,22$ kN a $N_2 = 9,97$ kN

$\boxed{4}$ Odvoďte velikost osových sil N_1 a N_2 a vodorovný posun styčníku ⓐ prutové soustavy dle zadání. Působící síla má velikost F = 3 MN a modul pružnosti obou táhel je E = 210 GPa, průřezy prutů mají stejnou velikost $A_1 = A_2 = 5 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^2$.



Obrázek 4: Zadání

$\boxed{4}$ výsledky: $N_1 = N_2 = \frac{F}{2\sin\alpha} = \frac{F}{2\sin 60°}$ a $d = 0,0381$ m.